

Пасічник Ігор Демидович

*доктор психологічних дисциплін, професор кафедри психолого-педагогічних дисциплін
Національного університету «Острозька академія»*

ОПЕРАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМАТИЗАЦИИ В ПРОЦЕССЕ УСВОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПОДРОСТКАМИ

В советской и зарубежной психологии достаточно хорошо исследованы такие мыслительные операции, как анализ и синтез, сравнение, обобщение, конкретизация, абстрагирование и классификация на различном учебном материале. Однако специальные исследования, предметом которых было бы изучение мыслительной операции систематизации в процессе усвоения математического материала и формирования умений систематизировать, не проводились.

К определению действия систематизации в различных источниках подходят по-разному. Так, еще в начале 70-х гг. в психологии преобладала тенденция к отождествлению операции систематизации и классификации; «Систематизация, или классификация, предметов или явлений есть мысленное распределение их по группам и подгруппам в зависимости от сходства и различия друг с другом» [12; 261]. Однако в исследованиях более позднего периода [6], [10], [13], [14] наблюдается отход от такой трактовки. Справедливо указывается, что мыслительная деятельность систематизации протекает и самостоятельно и вместе с мыслительным процессом классификации. Главное различие между этими двумя процессами — в их конечном результате. Конечный результат классификации — установление принадлежности единичного объекта или явления к определенному роду, закону или правилу, а систематизации — образование некоторой целой группы объектов или явлений.

В современной психологии классификация и систематизация рассматриваются как взаимосвязанные мыслительные операции [3], [7], [6], мыслительные действия [5], [8], логические структуры [3], [9]. Тем не менее четкого обоснования различия между этими двумя операциями мы здесь не находим.

В исследованиях по логике [2], [4] отмечается большое значение операции систематизации в образовании системы понятий. Но в логическом словаре [7] дается определение классификации и только краткое объяснение термина «систематизировать», что свидетельствует о недостаточном исследовании операции систематизации в этой науке.

Определение классификации и систематизации дается в марксистско-ленинской философии. Под классификацией здесь следует понимать «логическую операцию деления объема понятий, которое состоит в распределении предметов на классы на основании их общих признаков с созданием определенной системы классов данной совокупности предметов. Каждый класс занимает в этой системе определенное место и, в свою очередь, делится на подклассы» [13; 220]. Систематизация—это «процесс приведения разрозненных знаний о предметах (явлениях) объективного мира в единую научную систему, установление их единства. Систематизация есть отображение материального единства мира и базируется на существенных связях, которые объединяют эти предметы (явления). Она опирается на классификацию, анализ и синтез существенных свойств определенной объективной системы» [13; 477]. Как очевидно из вышеизложенных определений, операции классификации и систематизации, будучи взаимообратными, имеют в результате один и тот же объект — систему, но процесс создания этой системы различный, как и различным может быть, в зависимости от основания анализа, и сам объект.

Прежде чем определить цель исследования, следует рассмотреть, на каком этапе мыслительной деятельности систематизация выступает как мыслительное действие, а на каком — как мыслительная операция. В фундаментальных исследованиях структуры мыслительной деятельности было обнаружено, что умственная деятельность осуществляется в умственных действиях или интеллектуальных операциях, таких, как синтез,

абстрагирование и другие [1], [9], [11]. Однако первоначально каждая операция формируется как действие, подчиненное цели и сознательной мотивационной основе в развернутом виде. В процессе интериоризации это действие становится свернутым, автоматическим и перестает осуществляться в качестве особо целенаправленного процесса, а включается в другое, более сложное по операционному составу действие; в этом случае мыслительное действие становится мыслительной операцией. Очевидно, что между действием-операцией и операцией-действием существуют постоянные взаимопереходы. Мы рассматриваем систематизацию на первоначальной стадии ее формирования как целенаправленное и сознательно мотивированное мыслительное «действие-процесс» [9; 143], формирующееся в развернутом виде, а на стадии его свернутости и включения в более сложное действие — как мыслительную операцию.

В процессе обучения учителя прежде всего интересует операциональный состав мыслительного действия и последовательность ввода реализующих его операций. «Понимание конкретного строения умственных действий, законов их формирования является существенным условием успешного обучения» [1; 189]. Значит, для того чтобы сформировать мыслительную операцию систематизации, необходимо знать состав и последовательность операций, с помощью которых осуществляется соответствующее ей мыслительное действие систематизации, т. е. знать ее психологическую структуру, что и стало целью исследования.

Нами была выдвинута гипотеза о том, что систематизация представляет собой сложный психический процесс, состоящий из отдельных элементарных умственных взаимосвязанных операций, которые выполняются учащимися в определенной последовательности, по определенному алгоритму, а результатом систематизации является объект, называемый системой.

На основании результатов констатирующего эксперимента мы сделали предположение о структуре систематизации и частично выяснили особенности взаимосвязей между конструирующими компонентами. Более глубокое изучение взаимосвязей между компонентами операции систематизации проводилось в процессе обучающего эксперимента, направленного на формирование алгоритма ее выполнения учащимися V—VIII классов при изучении математических понятий и на выяснение роли систематизации в усвоении математического материала. В процессе формирующего эксперимента были внесены также коррективы и уточнения в предполагаемую структуру действия и в заранее разработанную методику формирования алгоритма систематизации.

Методика обучающего эксперимента была направлена на то, чтобы путем целесообразно подобранных математических упражнений логического содержания выработать у учащихся V—VIII классов умение систематизировать выученные понятия по определенному признаку, называемому основанием систематизации, научить их дифференцировать существенные признаки систематизируемых понятий, устанавливать и различать иерархию понятий, а также выработать умение пользоваться систематизацией как приемом запоминания.

Обучающий эксперимент проводился в два этапа. В первый — были включены два основных шага, один из которых состоял в формировании умения выполнять отдельно умственные операции, входящие в состав систематизации, в частности операции анализа признаков систематизируемых понятий, выделения основания систематизации (конкретизации), сравнения признаков, обобщения понятий путем перехода от видовых понятий к родовым. Формирование этих умственных операций совершалось не в отрыве друг от друга, а на основании выполнения общей задачи на систематизацию.

Вторым шагом было формирование обратных умственных операций, используемых при выполнении систематизации, в частности синтеза, абстрагирования и классификации путем разложения родового понятия на видовые. С этой целью учащимся предлагались специально подобранные упражнения на выяснение основания классификации, на выполнение разбиения множества на подмножества (классы), на установление родовидовых отношений. На втором этапе обучающего эксперимента осуществлялось формирование систематизации как приема запоминания соответственно алгоритму.

Число опытов, в течение которых осуществлялось обучение, было неодинаковым для разных учащихся. В зависимости от уровня, опыта и развития учащихся, от готовности их к усвоению приема систематизации это число изменялось от 5 до 20, но в большинстве случаев для указанной цели было достаточно 15 занятий.

В констатирующем эксперименте, как и позже в обучающем, учащимся предлагались математические задания логического характера разной сложности:

- 1) на выявление объема и содержания понятий (например, назвать все объекты, которые входят в объем понятия параллелограмм; перечислить все признаки этого понятия);
- 2) на выделение сходных и различных признаков указанных понятий;
- 3) на выделение родовых и видовых признаков математических понятий;
- 4) на установление подчиненности одного понятия другому;
- 5) на упорядочение понятий по объему и содержанию.

При этом учитывалось соответствие содержания предлагаемых заданий содержанию изучаемого материала, предусмотренного программой, а также уровень понимания учащимися признаков математических понятий.

Анализ приведенных результатов решения заданий типа 1), 5) позволяет утверждать, что мыслительные операции, с помощью которых решается каждое, задание, сформированы у учащихся недостаточно. Так, результаты решения задания типа 1) свидетельствуют о несформированности операции конкретизации, синтеза и обобщения, в результаты решения задания типа 2) — об уровнях сформированности операций сравнения и абстрагирования. При этом следует отметить, что сравнение учащиеся выполняют более умело, чем абстрагирование, поскольку многие из них (66,36%) сумели выделить сходные и различные признаки понятий (выполнить сравнение), но не всегда выделяли существенные признаки. Это свидетельствует о низком уровне сформированности операций абстрагирования, так как учащиеся не могут отвлекаться от несущественных признаков и выделить только существенные.

Ход эксперимента	Анализ вопросов, ответов, выводов об уровнях сформированности понятий
Эксп.: Как называются числа 1, 2, 3...? 0. П.: Целые.	Выясняется уровень сформированности понятия «натуральное число». Ответ неточный, так как указано более общее понятие «целое число» вместо «натуральное».
Эксп.: А как называются числа —1, —2, 5, 3? 0. П.: Здесь отрицательные числа и целые	Выясняется связь между видами целых чисел — натуральными и противоположными к натуральным, т. е. родовидовыми понятиями.
Эксп.: А какие числа принадлежат к целым? 0. П.: Положительные и отрицательные.	Выясняется уровень сформированности операции классификации, умение выделять видовые понятия. Ответ нечеткий и неполный, что свидетельствует о неумении пользоваться операцией классификации.
Эксп.: Подумай, полный и точный ли твой ответ? Например, число $\frac{3}{5}$ положительное, а —2,5 — отрицательное, но разве они целые? 0. П.: Нет, конечно. Это дробные числа.	Уточняется понимание понятий положительного и отрицательного числа. Выясняется уровень сравнения.
Эксп.: Как по-другому называют целые отрицательные числа? 0. П.: (долго думает, но ответа нет).	
Эксп.: Назови числа, противоположные натуральным. 0. П. —1, —2, —3... Да, это целые	Выясняется уровень сформированности конкретизации. Ответ правильный, что свидетельствует об

отрицательные числа.	умелом пользовании конкретизацией.
<p>Эксп.: Так, сделай, пожалуйста, вывод, какие числа принадлежат к целым числам?</p> <p>О. П.: К целым числам принадлежат натуральные числа и числа, противоположные натуральным.</p>	<p>Выясняется уровень сформированности операций анализа (на основании своих же ответов), синтеза и обобщения. Синтез и обобщение не достигают завершенности и должной полноты.</p>
<p>Эксп.: Вспомни, какое число ты пропустил?</p> <p>О. П.: Вспомнил! Число ноль.</p>	
<p>Эксп.: Покажи с помощью диаграммы Эйлера — Венна или схемы связь между целыми числами, натуральными числами, числами, противоположными к натуральным, и числом ноль.</p> <p>О. П. (нарисовал диаграмму):</p>	<p>Выясняется уровень сформированности операции абстрагирования, понимание связей и отношений между понятиями, их иерархии.</p> <p>Построенная диаграмма не содержит родового понятия, не отражает связей между выделенными понятиями, хотя каждое отдельное понятие проиллюстрировано правильно.</p>
<p>Эксп.: Ты правильно изобразил отдельные понятия — натуральные числа и числа, противоположные к натуральным, но ведь ноль — одно число. Поэтому, как нужно правильно изобразить множество из одного элемента?</p> <p>О. П. Поставить одну точку.</p>	<p>Выясняется связь абстрагирования и конкретизации.</p>
<p>Эксп.: Правильно. Но как показать, что все эти отдельные понятия составляют понятие «целое число»?</p> <p>О. П. (Молчит).</p>	<p>Выясняется связь между обобщением, выполненным учащимся выше, и операцией абстрагирования.</p>
<p>Эксп.: (Рисует правильно диаграмму, иллюстрирующую связь между видами целых чисел, предлагает обосновать ее).</p> <p>О. П.: Если внутренний круг — это натуральные числа, а большой (внешний) — целые числа, то часть внешнего круга, не включая внутреннего (это кольцо) изображает числа, противоположные натуральным, и число ноль.</p>	<p>Использование готовой диаграммы как образца (эталона) выполнения задания на установление связей между понятиями. Выяснение связей между операциями абстрагирования и конкретизации, анализа, синтеза и обобщения.</p> <p>Ответ правильный, полный, что свидетельствует о значении диаграммы как внешней опоры для обоснования связей между понятиями, а также о достаточной сформированности операций конкретизации, анализа и синтеза.</p>

В связи с тем что задания типа 3) и 4) имеют общую теоретическую основу, а установление подчиненности одного понятия другому (решение задачи 4) требует выяснения, родовидовых отношений между понятиями (решения задачи 3), то по результатам решения этих двух заданий можно судить об уровнях сформированности мыслительных операций анализа, конкретизации и классификации. Выделение видового признака в процессе решения задания 3) требует высокого уровня операций анализа и

конкретизации, на основании чего можно указать все виды данного родового понятия, т. е. выполнить классификацию. Однако конкретизацией и умственным анализом совсем не владеют 61,21%, а классификацией почти не владеют 71,06 % всех учащихся, среди которых 51,77% пытались установить подчиненность понятий, но безуспешно, а 19,29% учащихся не решились задание этого типа из-за отсутствия понимания его смысла.

Задание типа 5) представляет собой обобщение заданий 1)–4), поэтому его решение осуществляется с помощью всех тех мыслительных операций, которые использовались в процессе решения заданий 1)–4). Результат решения задания 5) позволяет сделать вывод о сформированности операции систематизации в целом. Однако лишь 24,57% учащихся частично правильно построили цепочку понятий в зависимости от их объема и содержания, но при этом они исходили не из логических связей между понятиями, а скорее из догадок, предположений и интуиции.

На основании изученных взаимосвязей между компонентами нами была сконструирована предварительная модель умственной операции систематизации, затем экспериментальным путем была откорректирована ее структура и установлено влияние способов обучения на изменение структуры.

С целью определения числовых характеристик мышления учащихся в процессе систематизации нами велись протоколы каждого индивидуального занятия. (Конечно, общие выводы формулировались с учетом результатов групповых занятий.)

Приведем фрагмент протокола обучающего опыта на шестом занятии, проведенном индивидуально с учащимся (О. П.) второй группы V класса с целью обобщения и систематизации понятий о числе. (Первые пять занятий проводились группами по изучению каждого вида чисел, выделению общих и различных существенных признаков разных видов чисел, выяснению объема каждого понятия, построению диаграмм Эйлера — Венна.)

Анализ всех протоколов обучающих опытов позволил более точно, чем предполагалось, определить взаимосвязи между отдельными компонентами систематизации и наметить пути формирования алгоритма систематизации.

Система обучающих опытов этого типа, протокол которого приведен выше, позволила уже в V классе сформировать отдельные умственные операции у учащихся, вооружить их простейшими навыками выполнения систематизации, а в каждом последующем классе в процессе обучения совершенствовались навыки выполнения систематизации; в частности, иногда уже в VII классе она выполнялась в свернутом виде, а учащиеся VIII класса использовали систематизацию как прием запоминания материала.

ВЫВОДЫ

1. Учителю в своей практической деятельности следует учитывать, что мыслительные операции систематизация и классификация являются диалектически противоположными, но результатом их выступает один и тот же объект — система, процесс создания которой различный, как и различными могут быть, в зависимости от основания, компоненты данного объекта, классификация — это мыслительный процесс разбиения объема понятий на классы на основании их общих признаков с целью создания определенной системы классов данного объема. Систематизация — мыслительный процесс приведения разрозненных понятий в единую систему путем установления существенных связей, которые объединяют эти понятия.

2. Первоначально систематизация формируется как сложное мыслительное действие поэтапно, с помощью взаимосвязанных мыслительных операций анализа, синтеза, сравнения, обобщения, абстрагирования, классификации, имеющих на каждом возрастном этапе свои характерные особенности, знание которых поможет учителю более успешно формировать действие систематизации.

В мышлении учащихся V класса при выполнении систематизации наблюдается значительная прямая корреляционная связь между операциями сравнения и анализа (0,48), анализа и синтеза (0,62), хотя сам анализ выступает вначале в форме чувственного, практически-действенного, затем с привлечением элементов умственного анализа. Мышление этой возрастной группы характеризуется невысоким уровнем сравнения,

конкретизации, обобщения и абстрагирования, отсутствием надежных связей между ними, что вызывает затруднения при построении цепочки взаимосвязанных математических понятий.

Мыслительная деятельность шестиклассников характеризуется более устойчивыми связями между анализом и синтезом (+0,9), конкретизацией и обобщением (0,61); неустойчивость связей между каждой из этих операций и абстрагированием свидетельствует о несовершенстве сформированности последнего компонента не только в структуре систематизации, но и в других мыслительных действиях.

Операции сравнения и конкретизации математических понятий очень хорошо выполняются учащимися V—VIII классов в наглядно-практических условиях. В процессе систематизации материала семиклассниками выявлена довольно тесная связь между операциями классификации и сравнения (0,83), более усиливающаяся связь между обобщением и конкретизацией (0,71), а также повышение уровня абстрагирования и уплотнение его связи с обобщением (0,62).

На завершающем этапе эксперимента мы пришли к выводу, что около 90% восьмиклассников к концу учебного года достигают достаточно высокого уровня сформированности систематизации в целом, что объясняется, в первую очередь, уплотнением взаимосвязей между конструирующими ее компонентами и плавностью во взаимопереходах от одной операции к другой, и, во-вторых, четкой дифференцированностью операций и динамичностью их взаимосвязей, особенно с операцией абстрагирования. Здесь наблюдаются более плотные связи между операцией обобщения и абстрагирования (0,73), анализом и синтезом (0,94), классификацией и абстрагированием (0,81).

3. Мыслительное действие систематизации следует формировать согласно выявленной структуре в шесть этапов. На первом этапе с помощью анализа выделяются множества существенных признаков систематизируемых объектов.

На втором этапе сравнением признаков устанавливается параллельность между ними, т. е. наличие и отсутствие одного и того же признака в множествах признаков систематизируемых понятий.

На третьем этапе конкретизацией выделяется один из признаков в качестве основания систематизации и выясняются классификацией наиболее очевидные связи между понятиями по выбранному основанию. Эти три операции, как показывают наши наблюдения, имеют ориентировочный характер, так как служат основой для выполнения последующих действий с систематизируемым и запоминаемым материалом.

На четвертом этапе обобщением выясняются связи между содержанием систематизируемых понятий.

На пятом этапе, опираясь на знание закона обратного соотношения между объемом и содержанием понятий, устанавливается иерархия между ними и иллюстрируется схематически. Это достигается с помощью синтеза, обобщения и абстрагирования.

На шестом этапе путем дедуктивных умозаключений нужно проверить, правильно ли определены противоположные и соподчиненные понятия, правильно ли установлена иерархия. На этом этапе осуществляется завершение процесса образования умственной системы понятий, имеющей определенную логическую структуру, которую легко воспроизвести на последующих этапах обучения и работы с понятием. Мыслительная операция классификация на этом этапе имеет контрольно-корректировочный характер.

4. Успешное формирование отдельных мыслительных операций — компонентов систематизации — осуществляется с помощью специальных методических приемов, требующих решения логических задач, в частности на: 1) обоснование связей между понятиями предложенной системы, проиллюстрированной определенной схемой или диаграммой, 2) опровержение неправильно построенной схемы, иллюстрирующей некоторую систему понятий, 3) усовершенствование и самостоятельное построение схемы или диаграммы.

Неоднократное выполнение упражнений такого типа, как свидетельствуют результаты нашего эксперимента, ускоряет динамику мыслительных операций, их дифференциацию, внутреннее становление, а также служит основой дальнейшей интеграции этих компонентов.

5. С целью формирования свернутости компонентов в мыслительном процессе систематизации необходимо использовать специальную методику, предполагающую решение учащимися следующих мыслительных задач, которые предлагались в такой последовательности: 1) задачи на выявление объема и содержания понятий, 2) выделение сходных и различных признаков понятий, 3) выделение родовых и видовых признаков, 4) установление подчиненности одного понятия другому, 5) упорядочение понятий по объему и содержанию. При переходе к задачам нового типа степень их трудности усложняется.

6. Обучение, направленное на формирование мыслительного действия систематизации, необходимо по возможности индивидуализировать, учитывая следующие типы индивидуальных отличий в его развитии: а) принцип систематизации усваивается учащимися на основе словесных объяснений в процессе двух-трех обучающих опытов и переносится на новые задачи с минимальным количеством ошибок; б) учащиеся второй группы усваивали действие систематизации только после однократного выполнения всех соответствующих операций экспериментатором; в) третья группа учащихся работала, строго придерживаясь алгоритмических предписаний, выполняя в отдельности каждую операцию с довольно медленным переходом от этапа к этапу; г) учащиеся четвертой группы только после нескольких обучающих опытов, иллюстрирующих каждый этап в отдельности, постепенно овладевали каждой операцией в развернутом виде, и только после многократных тренировок смогли переносить их на новые задачи, причем количество ошибок при этом довольно большое.

Литература

1. Гальперин П.Я. Опыт изучения формирования умственных действий // Доклады на совещании по вопросам психологии. М., 1954.
2. Гурова Л.Л. Мыслительные операции в процессе осознанного решения задач // Вопр. психол. 1961. № 6. С.93-104.
3. Давыдов В.В. Виды обобщений в обучении. М., 1972.
4. Исследование развития познавательной деятельности / Под ред. Дж. Брунера. М., 1971.
5. Иванов Е. А. О соотношении законов формальной и диалектической логики в процессе оперирования понятиями. М., 1963.
6. Косма П. В. Мышление учащихся младшего школьного возраста. 1968.
7. Кондаков Н. И. Классификация // Логический словарь. М., 1971.
8. Люблинская А. А. Мышление и умственные качества личности // Общая психология. М., 1973.
9. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. М., 1975.
10. Пиаже Ж. Избранные психологические труды. Психология интеллекта. Генезис числа у ребенка. Логика и психология. М., 1969.
11. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. М., 1946.
12. Смирнов А. А., Менчинская Н. А. Психология. М., 1962.
13. Философский словарь / Под ред. В. И. Шинкарука. Киев, 1973.
14. Шандаков М. Н. Мышление школьника. М., 1963.